

УДК 53.072.13:621.372.41
DOI 10.19110/1994-5655-2021-6-79-85

Н.А. СЕКУШИН

**РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ
В МАТЕРИАЛОВЕДЕНИИ: ОБОБЩЕННАЯ
МОДЕЛЬ ВОЙТА**

*Институт химии ФИЦ Коми НЦ УрО РАН,
г. Сыктывкар*

nsekushin@inbox.ru

N.A. SEKUSHIN

**SOLVING THE INVERSE ELECTRICAL
PROBLEM IN MATERIALS SCIENCE:
GENERALIZED VOIGHT MODEL**

*Institute of Chemistry,
Federal Research Centre Komi Science Centre,
Ural Branch, RAS,
Syktuykar*

Аннотация

Работа посвящена теоретическим основам низкочастотной электромагнитной спектроскопии, используемой для исследования материалов, биологических объектов, электрохимических систем. Описана методика построения электрической модели образца в виде классической и обобщенной схем Войта. Показано, что анализ геометрической формы экспериментального годографа импеданса позволяет определить количество звеньев схемы Войта, а также оценить значения параметров каждого звена. Рассмотрены способы перехода от параметров эквивалентной схемы (ЭС) к электрическим характеристикам объема материала. Предложены три новые интегральные характеристики неоднородной среды, в ЭС которых присутствуют элементы постоянной фазы.

Ключевые слова:

импеданс спектроскопия, эквивалентные схемы, двухполюсники, модель Войта, элемент постоянной фазы, мнимая импеданс частотная характеристика

Abstract

This work deals with the theoretical foundations of high-frequency impedance spectroscopy used for the study of functional polycrystalline materials. A method for constructing an electrical model of a sample in the form of a classical and generalized Voight scheme is described. The impedance hodo-graph of the classical Voight scheme is an overlay of semi-circles, from which geometric dimensions it is possible to determine the parameters of the equivalent scheme. It is shown that for inhomogeneous materials, the considered semicircles are rotated relative to the origin of the complex plane and shifted horizontally. To model such systems, it is necessary to use a generalized Voight scheme, in which the capacitors are replaced with elements of a constant phase. The ways of transition from the “inconvenient” parameters of such two-poles to the electrical characteristics of the material volume are considered. Three new integral characteristics of an inhomogeneous medium are proposed: the peak parameters on the imaginary impedance frequency characteristic (the frequency of the impedance resonance and the half-width of the peak). Both values can be determined without measuring the geometric dimensions of the sample. In addition, the “dielectric loss correction factor” has been introduced, which affects the horizontal offset of the impedance frequency response.

Keywords:

impedance spectroscopy, equivalent circuit, bipolar, Voight model, constant phase element, imaginary impedance frequency response

Введение

В теории пассивных двухполюсников существуют две основные задачи. Прямая задача заключается в расчете частотных и переходных характеристик электрических схем, у которых все параметры известны. Методы решения прямой задачи подробно описаны в многочисленных учебниках и задачниках [1]. Обратная электротехническая задача заключается в построении схемы двухполюсника (черного ящика), если известны его частотные характеристики. Необходимость в решении обратной задачи возникает при проектировании аналого-

вых фильтров и усилителей [1], при определении параметров электрохимических процессов [2], при исследовании материалов [3] и биологических систем [4] методом импеданс-спектроскопии (ИС). Полезную информацию по решению обратной задачи в электрохимии можно найти в монографиях [5, 6]. В настоящее время для решения как прямой, так и обратной задач используют компьютерные программы «EquivCrt» (B.A. Boukamp), «LEVM» (J.R. Macdonald) и «ZView» (Scribner Associates Inc.). Наиболее продвинутым инструментом является, по-видимому, программа ZView. При решении обратной задачи необходимо найти наиболее точную эквивалентную схему (ЭС) «черного ящика». Этот процесс осуществляется методом проб и ошибок. В программе ZView точность модели оценивается с помощью критериев Weighted Sum of Squares и Chi-Squared (χ^2). Величину χ^2 рассчитывают по формуле [6]:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(x_i - m_i)^2}{m_i}, \quad (1)$$

где k – количество наблюдений (точек на кривой); x_i – результат наблюдения; m_i – ожидаемый (теоретический) результат.

При моделировании импеданса образца схемой, состоящей из m резисторов (R) и n конденсаторов (C), выражение (1) представляет собой функцию параметров ЭС: $\chi^2 = f(R_1 - R_m, C_1 - C_n)$. Программа ZView варьирует эти параметры и рассчитывает χ^2 до тех пор, пока не получит минимальное значение критерия χ^2 . Проблема рассматриваемого алгоритма заключается в том, что функция χ^2 в некоторых случаях может иметь несколько минимумов. В качестве примера на рис. 1 приведена ЭС, у которого функция χ^2 имеет 3 минимума.

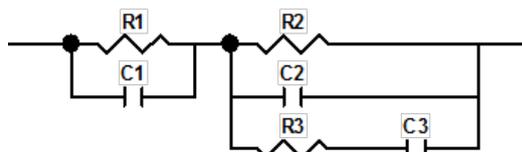


Рис. 1. Пример проблемной эквивалентной схемы.
Fig. 1. An example of a problem equivalent circuit.

Перед пуском программы ZView необходимо задать точку старта, т. е. начальные значения параметров ЭС. После пуска программа обнаружит ближайший минимум и выдаст значения элементов ЭС. Иногда после изменения температуры образца точка старта оказывается ближе к другому минимуму χ^2 . В таких случаях наблюдается явление «перескока», которое исследователь должен распознать. Не единственность решения обратной электротехнической задачи проявляется также в том, что существуют математически эквивалентные двухполюсники (МЭД), различающиеся своими электрическими схемами и имеющие при этом одинаковые частотные характеристики. В работе [7] сформулированы необходимые и достаточные признаки МЭД, а также доказана математическая эквивалентность моделей Войта и Максвелла. В электрохимической литературе при решении обратной задачи отдается пред-

почтение модели Войта, что позволяет, во-первых, не экспериментировать с ЭС разной структуры. Во-вторых, при использовании модели Войта достаточно просто контролировать корректность работы компьютерной программы. В настоящей работе показано, как следует строить ЭС и выбирать точку старта для последующих компьютерных вычислений, анализируя форму экспериментального годографа импеданса образца.

1. Классическая модель Войта

При моделировании частотных характеристик схемой Войта необходимо экспериментальные данные ИС представить в виде графика в координатах ($ReZ; ImZ$), где ReZ – вещественная, а ImZ – мнимая составляющие комплексного сопротивления (импеданса). Полученная таким способом кривая называется годографом импеданса или импедансной кривой. Сами по себе ReZ и ImZ не имеют какого-либо четкого физического смысла. Вместе с тем, анализируя геометрическое строение годографа, можно определить структуру эквивалентной схемы и ее некоторые параметры. Покажем это с помощью рис. 2, где изображена трехзвенная схема Войта и ее частотные характеристики, построенные для заданных параметров двухполюсника в условных единицах (у. е.).

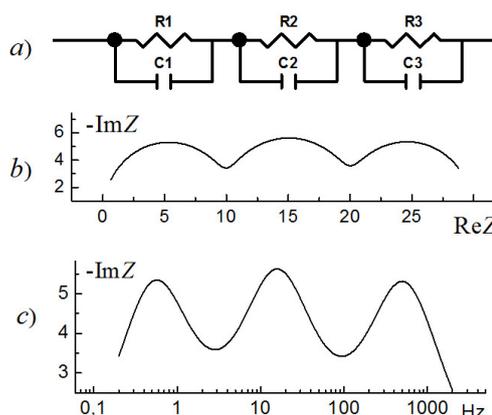


Рис. 2. Трехзвенная модель Войта а), ее годограф импеданса б) и мнимая импеданс частотная характеристика с). Графики б) и с) построены для следующих значений резисторов: $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ у. е. и емкостей: $C_1 = 3 \cdot 10^{-2}$; $C_2 = 10^{-3}$; $C_3 = 3 \cdot 10^{-5}$ у. е.
Fig. 2. The three-link Voight model a), its impedance hodograph b) and imaginary impedance frequency response c). Graphs b) and c) are plotted for the following resistor values: $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ a. u. and capacities: $C_1 = 3 \cdot 10^{-2}$; $C_2 = 10^{-3}$; $C_3 = 3 \cdot 10^{-5}$ a. u.

Импеданс отдельного звена модели Войта «R-C» можно рассчитать по формуле [5, 6]:

$$Z = \frac{R}{1 + j\omega\tau}, \quad (2)$$

где $\tau = RC$ – постоянная времени; j – мнимая единица; ω – круговая частота.

В работе [8] доказано, что годограф импеданса (2) представляет собой точную полуокружность диаметром R . Ее центр располагается на оси абс-

цисс и имеет координаты: $\left(\frac{R}{2}; 0\right)$. Импеданс двух-полюсника, в котором элементы соединены последовательно, находят суммированием импедансов отдельных звеньев цепи. Составляющие импеданса n -звенной схемы Войта равны [7]:

$$ReZ = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{\omega^2 \tau_i^2 + 1}; ImZ = - \sum_{i=1}^n \frac{R_i \tau_i}{\omega^2 \tau_i^2 + 1}. \quad (3)$$

Функции (3) называют «импеданс спектрами». Наиболее информативна зависимость $-ImZ(\omega)$, которая является «мнимой импеданс частотной характеристикой» (рис. 2с). Таким образом, использование комплексной плоскости (ReZ ; $-ImZ$) позволяет связать структуру ЭС с геометрической фигурой, что сделало популярной данную систему координат.

2. Обобщенная модель Войта

Экспериментальные годографы импеданса часто имеют более сложный вид. Во-первых, постоянные времени звеньев могут оказаться близки по величине, что приведет к наложению отдельных полуокружностей. Во-вторых, сама полуокружность может быть смещена по вертикали и горизонтали. На рис. 3 изображен годограф импеданса сложного оксида $CaCu_3Ti_4O_{12}$, результаты исследования которого приведены в работе [9].

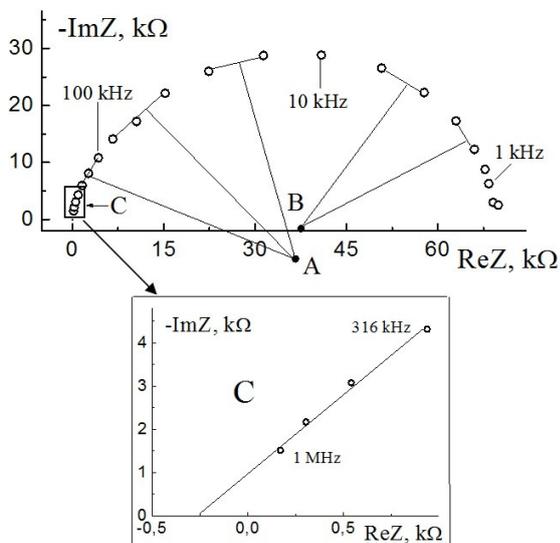


Рис. 3. Экспериментальный годограф импеданса $CaCu_3Ti_4O_{12}$, измеренный при температуре $300^\circ C$ (точки) и геометрические построения, позволяющие определить центры кривизны дугообразных частей годографа. В рамке С приведена высокочастотная часть годографа импеданса.

Fig. 3. Experimental impedance hodograph $CaCu_3Ti_4O_{12}$, measured at a temperature of $300^\circ C$ (points) and geometric constructions, that allow to determine the centers of curvatures of the arcuate parts of the hodograph. The high-frequency part of the impedance hodograph is shown in frame C.

Для определения центра кривизны дуги можно воспользоваться известной теоремой, согласно которой, любые перпендикуляры к дуге пересекаются в

ее центре. На рис. 3 элементы годографа аппроксимированы отрезками прямой линии. От каждого отрезка проведен перпендикуляр. Несложно заметить, что высокочастотная часть годографа имеет центр кривизны в точке А, а низкочастотная часть – в точке В. Следовательно, схема Войта должна состоять из двух звеньев.

При моделировании процесса, когда центр кривизны импедансной кривой находится в нижней полуплоскости, необходимо в соответствующем звене схемы Войта поменять конденсатор на элемент постоянной фазы (CPE), импеданс которого рассчитывают по формуле [5]:

$$Z_{CPE} = \frac{1}{T_{CPE}(j\omega)^P} = \frac{1}{T_{CPE}\omega^P} \exp j\varphi, \quad (4)$$

где P – безразмерный параметр, имеющий величину от 0 до 1; T_{CPE} – параметры с размерностью $[\Phi^P \text{ Ом}^{P-1}; F^P \cdot \Omega^{P-1}]$; $\varphi = -\frac{\pi P}{2}$ – фаза импеданса CPE.

Поскольку Z_{CPE} при $P = 1$ превращается в конденсатор с емкостью T_{CPE} , то можно считать CPE обобщенным видом конденсатора. В соответствии с этим в «обобщенной схеме Войта» все конденсаторы заменены на CPE. Исследуем частотные свойства отдельного звена такой модели, обозначаемого символом: «R-CPE». Импеданс этого двухполюсника рассчитывают по формуле [5]:

$$Z = \frac{RZ_{CPE}}{R + Z_{CPE}} = \frac{R}{1 + j^P \omega^P R T_{CPE}}. \quad (5)$$

Для возведения мнимой единицы в степень необходимо ее записать в экспоненциальной форме: $j = \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right)$. Следовательно, $j^P = \exp\left(j\frac{\pi P}{2}\right)$.

При изображении j и j^P на комплексной плоскости получим два единичных вектора, угол между которыми в радианах равен $\delta = \frac{\pi}{2}(1 - P)$ (рис. 4). Отсюда получаем полезную формулу: $P = 1 - \frac{\delta}{90}$, где угол δ необходимо выразить в градусах.

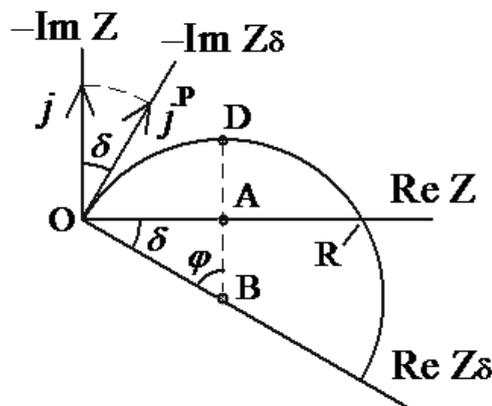


Рис. 4. Годограф импеданса, построенный по формуле (5).

Fig. 4. Impedance hodograph built according to formula (5).

Таким образом, годограф импеданса (5) является также полукругностью, построенной в повернутой системе координат $(ReZ_\delta; -ImZ_\delta)$ (рис. 4). Переход в лабораторную систему координат $(ReZ; -ImZ)$ осуществляется поворотом системы координат $(ReZ_\delta; -ImZ_\delta)$ на угол δ против часовой стрелки. Следовательно, годограф импеданса (5) имеет форму дуги идеальной окружности, центр которой располагается в нижней полуплоскости и имеет координаты: $\left(\frac{R}{2}; \frac{R}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi P}{2}\right)$.

Параметр годографа P можно также рассчитать по точной формуле:

$$P = \frac{2}{\pi} \arccos \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2}, \quad (6)$$

где $\gamma = \frac{DA}{OA}$ – величина, легко измеряемая на рис. 4.

Поскольку график функции (6) достаточно близок к прямой линии, то для оценки параметра P можно воспользоваться приближенной формулой: $P \approx \gamma$. Точное значение $P = \gamma + \text{поправка } \Delta P$, которая всегда положительна и не превышает $0,1(\Delta P = -0,006 + 0,375\gamma - 0,367\gamma^2)$.

Таким образом, из формы годографа на рис. 4 можно определить два параметра импеданса (5). Оставшийся параметр T_{CPE} не влияет на форму импедансной кривой. Для его определения необходимо использовать формулу для мнимой импеданс частотной характеристики двухполюсника « $R-CPE$ » [5]:

$$-ImZ = R \frac{x \sin \varphi}{1 + x^2 + 2x \cos \varphi}, \quad (7)$$

где $x = \omega^P RT_{CPE}$.

Кривая $-ImZ(x)$ в логарифмической шкале аргумента x представляет собой симметричный пик, форма которого зависит только от фазы φ (рис. 5).

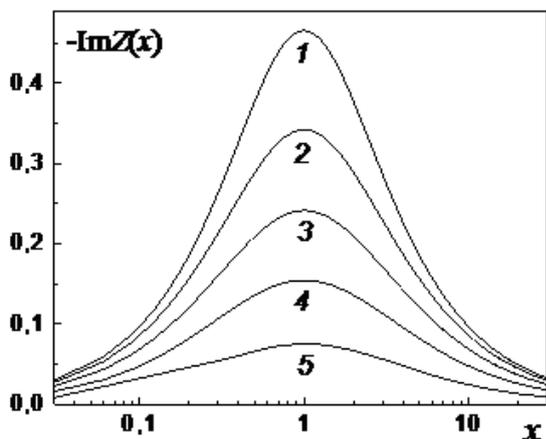


Рис. 5. Мнимые импеданс частотные характеристики двухполюсника « $R-CPE$ » (7), построенные для $R = 1$ и фазы $CPE \varphi$ (рад.): 1,5 (1); 1,2 (2); 0,9 (3); 0,6 (4) и 0,3 (5).

Fig. 5. Imaginary impedance frequency characteristics of the two-terminal « $R-CPE$ » (5), constructed for $R = 1$ and phase $CPE \varphi$ (rad.): 1.5 (1); 1.2 (2); 0.9 (3); 0.6 (4) and 0.3 (5).

Функция $-ImZ(x)$ имеет максимум (импедансный резонанс) при $x = 1$ или при круговой частоте

$$\omega_{max} = (RT_{CPE})^{-\frac{1}{P}}. \quad (8)$$

Таким образом, параметр T_{CPE} можно определить, если известна частота в точке D на рис. 4.

Вернемся теперь к экспериментальным данным на рис. 3. Необходимо определить координаты точки пересечения годографа с осью абсцисс в области высоких частот. Этот участок импедансной кривой выделен на рис. 3 прямоугольником, копия которого представлена на рис. 3 в рамке в увеличенном виде. Линейная аппроксимация годографа в области высоких частот показала, что координата точки пересечения импедансной кривой с вещественной осью равна ≈ -250 Ом. Эту особенность импеданса учитывают в ЭС подсоединением к цепи дополнительного резистора r , в данном случае отрицательного знака (рис. 6а). Вследствие этого годограф двухполюсника сместится по горизонтали влево.

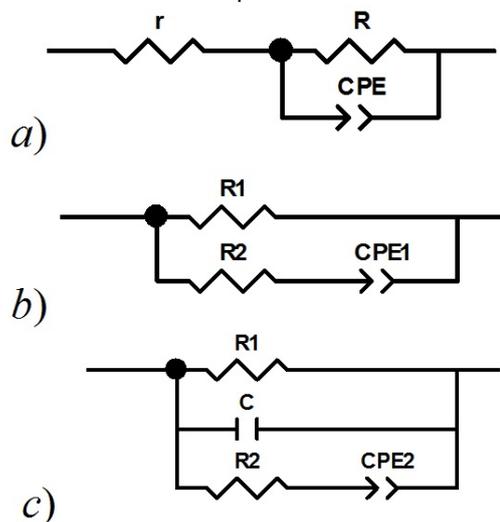


Рис. 6. Звено обобщенной модели Войта до корректировки а) и после корректировки резистором R_2 б) и конденсатором C в).

Fig. 6. The link of the generalized Voight model before adjustment a) and after adjustment by resistor R_2 b) and capacitor C c).

Недостатком ЭС (рис. 6а) является то, что отрицательное сопротивление r находится в цепи, отвечающей за сквозную проводимость образца. Поэтому двухполюсник $r \cdot (R-CPE)$ (рис. 6а) следует заменить на математически эквивалентный двухполюсник $R_1-R_2 \cdot CPE1$ (рис. 6б), воспользовавшись формулами из работы [7]:

$$R_1 = R + r; R_2 = r \left(1 + \frac{r}{R}\right);$$

$$Z_{CPE1} = \left(1 + \frac{r}{R}\right)^2 Z_{CPE}. \quad (9)$$

Из формул (4) и (9) получим связь между параметрами:

$$T_{CPE1} = \left(\frac{R}{R+r}\right)^2 T_{CPE}; P_1 = P.$$

Перенос отрицательного резистора из цепи, моделирующей сквозной ток, в цепь, где проходит только ток смещения, делает электрическую модель физически корректной. В этом случае R_2 влияет на фазу импеданса и угол диэлектрических потерь цепи R_2-CPE1 . При $R_2 < 0$ тангенс угла диэлектрических потерь D двухполюсника R_2-CPE1 уменьшается, а при $R_2 > 0$ – увеличивается. Это следует из формулы, полученной в работе [10]:

$$D = \operatorname{ctg} \frac{\pi P}{2} + R_2 T_{CPE1} \omega^P \sin^{-1} \frac{\pi P}{2}. \quad (10)$$

Таким образом, резистор R_2 (рис. 6) осуществляет корректировку диэлектрических потерь в ЭС. Нередко импедансная кривая имеет не постоянную кривизну, как это показано на рис. 3. В таких случаях в звено можно ввести также корректирующую емкость (см. рис. 6), которая иногда может быть отрицательной.

3. Переход от параметров образца к характеристикам среды

При исследовании электрических свойств материалов образцы готовят в виде дисков с плоскопараллельными сторонами, на которые обычно наносят серебряные или платиновые электроды. Почти все параметры ЭС образцов зависят от их геометрических размеров. В настоящем разделе предложены интегральные характеристики неоднородной среды, моделируемой обобщенной схемой Войта.

3.1. Коэффициент корректировки диэлектрических потерь

Проведем более подробный анализ формулы (10). Сопротивление R_2 пропорционально толщине образца h и обратно пропорционально площади его поверхности S . Параметр T_{CPE1} равен емкости CPE при $P = 1$ или равен проводимости CPE при $P = 0$. Следовательно, T_{CPE1} пропорционально S и обратно пропорционально h . Таким образом, R_2 и T_{CPE1} не являются характеристиками среды. Вместе с тем при их перемножении геометрические размеры образца сокращаются. Поэтому произведение $R_2 \times T_{CPE1}$ является параметром среды с неудобной размерностью: время ^{P} . Ранее было показано, что безразмерный параметр P не зависит от геометрических размеров образца [10]. Если произведение $R_2 \times T_{CPE1}$ возвести в степень $1/P$, то его размерность становится равной времени. Поскольку $R_2 \times T_{CPE1}$ может иметь как положительный, так и отрицательный знак, то процедура возведения в дробную степень усложняется. Нами предложена формула для расчета характеристики материала, учитывающая знак резистора R_2 :

$$\tau = \operatorname{sign}(R_2) \cdot (|R_2| \cdot T_{CPE})^{1/P}, \quad (11)$$

где $|R_2|$ и $\operatorname{sign}(R_2) = R_2/|R_2|$ – параметры резистора R_2 (абсолютное значение сопротивления и знак сопротивления соответственно).

Мы решили назвать τ «коэффициентом корректировки диэлектрических потерь», так как этот параметр входит в формулу (10). Физический смысл τ

становится понятен, если вспомнить некоторые положения классической физики. В системе единиц СГСЭ, которую используют до сих пор в электродинамике, удельное сопротивление имеет размерность времени. Парселл объяснил взаимосвязь удельного сопротивления и времени с помощью мысленного эксперимента по разряду конденсатора через резистор [11]. Чем больше удельное сопротивление материала, из которого изготовлен резистор, тем больше требуется время на разряд конденсатора. Следовательно, параметр τ отвечает за поглощение энергии веществом при его поляризации.

3.2. Частота импедансного резонанса (ω_{max})

Формула (8) по своей структуре фактически совпадает с выражением (11). Следовательно, ω_{max} также является интегральным параметром среды, который характеризует скорость отклика системы на электромагнитное воздействие.

3.3. Полуширина пика на мнимой импеданс частотной характеристике

Ширина максимума на рис. 5 характеризует поляризационную неоднородность материала. Необходимое для расчета уравнение получим из формулы (7). Высота изображенного на рис. 5 пика равна:

$$-ImZ_{max} = R \frac{\sin \varphi}{2 + 2 \cos \varphi} = \frac{R}{2} \tan \frac{\varphi}{2}. \quad (12)$$

$-ImZ_{max}$ не является характеристикой среды, так как R зависит от геометрических размеров образца.

Пусть на краях полосы частот мнимая часть импеданса равна $-gImZ_{max}$, где константа $g < 1$. «Полушириной импедансного пика» будем называть частный случай полосы при $g = 0, 5$. Из формул (7) и (12) получим уравнение, корнями которого являются пограничные безразмерные частоты x_1 и x_2 :

$$\frac{gR}{2} \tan \frac{\varphi}{2} = \frac{Rx \sin \varphi}{1 + x^2 + 2x \cos \varphi}.$$

После преобразования это уравнение приобретает следующий вид:

$$x^2 - 2xK + 1 = 0, \text{ где } K = 1 + \frac{2(1-g)}{g} \cos^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (13)$$

Корни уравнения (13):

$$x_1 = K + \sqrt{K^2 - 1}; \quad x_2 = K - \sqrt{K^2 - 1}.$$

Делим первый корень на второй и используем выражение (7):

$$\frac{x_1}{x_2} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^P = \frac{K + \sqrt{K^2 - 1}}{K - \sqrt{K^2 - 1}} = (K + \sqrt{K^2 - 1})^2,$$

где $\omega_1 \gg \omega_2$ – граничные частоты.

Частотный диапазон $\Delta\omega_g$, в котором находится мнимая составляющая импеданса цепи « $R-CPE$ », необходимо выразить в декадах:

$$\omega_g = \log \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2}{P} \log (K + \sqrt{K^2 - 1}). \quad (14)$$

При расчете полуширины импедансного пика необходимо использовать следующие уравнения:

$$\omega_{0.5} = \frac{2}{P} \log \left(K + \sqrt{K^2 - 1} \right), \quad (15)$$

где

$$K = 1 + 2 \cos^2 \frac{\pi P}{4}.$$

Из формул (14) и (15) следует, что ширина импедансного пика зависит только от параметра P . График зависимости (15) на рис. 7 можно использовать для оценки параметра P , если мнимая импеданс частотная характеристика известна. Для дискретного случая ($P = 1$) полуширина пика равна 1,14 дек.

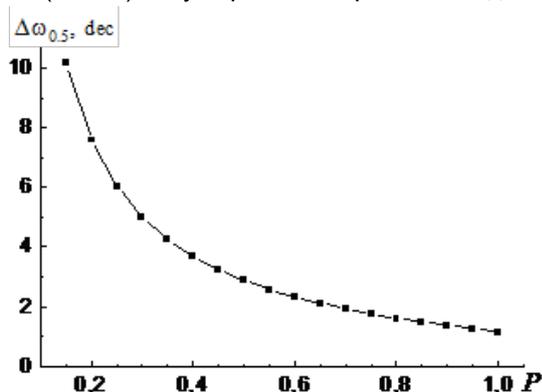


Рис. 7. Зависимость полуширины импедансного пика от параметра P .

Fig. 7. Dependence of the half-width of the impedance peak on parameter P .

Таким образом, теоретический анализ показал, что «неудобные параметры» образца R_2, T_{CPE} и P (см. рис. 6) можно преобразовать в интегральные характеристики неоднородной среды τ, ω_{max} и $\Delta\omega_{0.5}$, воспользовавшись формулами (8), (11) и (15). При этом не требуется измерение геометрических размеров образца. Благодаря этому, облегчается аттестация материалов, которые имеют разный химический, фазовый состав и условия синтеза.

Заключение

При построении эквивалентных схем с помощью специальных компьютерных программ необходимо провести анализ формы годографа импеданса образца. Это позволяет определить структуру эквивалентной схемы, число звеньев в модели Войта и их классический или обобщенный вид. Несложные расчеты позволяют оценить часть параметров эквивалентной схемы, что помогает в выборе точки старта при компьютерных вычислениях. После определения величин всех параметров электрической модели необходимо получить из них интегральные характеристики среды. В работе предложены три объемных параметра неоднородного материала, в эквивалентной схеме которого присутствуют элементы постоянной фазы. Это облегчает аттестацию функциональных материалов, имеющих разный химический состав, структуру и условия синтеза.

Литература

1. Расчет электронных схем. Примеры и задачи / Г.И. Изъюрова, Г.В. Королев, М.А. Терехов, М.А. Ожогин, В.Н. Серов. М.: Высшая школа, 1987. 335 с.
2. Электрохимический импеданс / З.Б. Стойнов, Б.М. Графов, Б. Саввова-Стойнова, В.В. Елкин. М.: Наука, 1991. 336 с.
3. Определение вида распределения релаксаторов методом экстраполяции / А.С. Богатин, Е.В. Андреев, С.А. Ковригина, Ю.А. Игнатова, В.Н. Богатина, А.Л. Буланова // Известия Российской Академии наук. Серия физическая. 2016. Т. 80, № 11. С. 1519–1521.
4. Grimnes S., Martinsen O.G. Bioimpedance and bioelectricity basics. Academic Press, 2000. 360 p.
5. Barsoukov E., Macdonald J.R. Impedance spectroscopy: theory, experiment and application. Wiley–Interscience, 2005. 606 p.
6. Lasia A. Electrochemical impedance spectroscopy and its applications. New York: Springer Science+Business Media, 2014. 369 p.
7. Секушин Н.А. Математическая эквивалентность моделей Максвелла и Войта // Известия Коми НЦ УрО РАН. 2019. № 1(37). С. 127–134.
8. Секушин Н.А. Универсальная эквивалентная схема электрохимической ячейки // Электрохимия. 2009. Т. 45, № 3. С. 372–377.
9. Sekushin N.A., Koksharova L.A., Zhuk N.A. Impedance spectroscopy of $CaCu_3Ti_4O_{12}$ // Letters on Materials. 2020. Vol. 10, No. 1. P. 72–77.
10. Sekushin N.A., Koroleva M.S. Electronic processes in $Bi_2Cu_{0.5}Mg_{0.5}Nb_2O_9$ with pyrochlore structure // Russ. J. Electrochem. 2018. Vol. 54, No. 9. P. 714–722.
11. Purcell E. Electricity and magnetism. Volume 2. Berkeley physics course. Mcgraw-hill book company, 1965.

References

1. Raschet elektronnykh skhem. Primery i zadachi [Calculation of electronic circuits. Examples and tasks] / G.I. Izyurova, G.V. Korolev, M.A. Terekhov, M.A. Ozhogin, V.N. Serov. Moscow: Vysshaya shkola, 1987. 335 p.
2. Elektrohimičeskij impedans [Electrochemical Impedance] / Z.B. Stoinov, B.M. Grafov, B. Savvova-Stoinova, V.V. Elkin. Moscow: Nauka, 1991. 336 p.
3. Determination of the types of relaxers distribution by extrapolation / A.S. Bogatin, E.V. Andreev, S.A. Kovrigina, Yu.A. Ignatova, V.N. Bogatina, A.L. Bulanova // Bull. of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2016. Vol. 80, No. 11. P. 1344–1346.
4. Grimnes S., Martinsen O.G. Bioimpedance and bioelectricity basics. Academic Press, 2000. 360 p.
5. Barsoukov E., Macdonald J.R. Impedance spectroscopy: theory, experiment and application. Wiley–Interscience, 2005. 606 p.

6. *Lasia A.* Electrochemical impedance spectroscopy and its applications. New York: Springer Science+Business Media, 2014. 369 p.
7. *Sekushin N.A.* Matematicheskaja jekvivalentnost' modelej Maksvella i Vojta [Mathematical equivalence of Maxwell and Voigt models] // Proc. of the Komi Sci. Centre, Ural Branch, RAS. 2019. No. 1(37). P. 127–134.
8. *Sekushin N.A.* Universal'naja jekvivalentnaja shema jelektrohimicheskoy jachejki [Universal equivalent circuit of electrochemical cell] // Russian J. of Electrochemistry. 2009. Vol. 45, No. 3. P. 350–355.
9. *Sekushin N.A., Koksharova L.A., Zhuk N.A.* Impedance spectroscopy of $CaCu_3Ti_4O_{12}$ // Letters on Materials. 2020. Vol. 10, No. 1. P. 72–77.
10. *Sekushin N.A., Koroleva M.S.* Electronic-ionic processes in $Bi_2Cu_{0,5}Mg_{0,5}Nb_2O_9$ with pyrochlore structure // Russ. J. Electrochem. 2018. Vol. 54, No. 9. P. 714–722.
11. *Purcell E.* Electricity and magnetism. Vol. 2. Berkeley physics course. Mcgraw-hill book company, 1965.

Статья поступила в редакцию 18.10.2021