

УДК 539.12.01  
DOI 10.19110/1994-5655-2021-6-66-72

**Н.А. ГРОМОВ**

## **ЗАВИСИМОСТЬ СЕЧЕНИЙ ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ПРОЦЕССОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ВСЕЛЕННОЙ**

*Физико-математический институт  
ФИЦ Коми НЦ УрО РАН,  
г. Сыктывкар*

*[gromov@ipm.komisc.ru](mailto:gromov@ipm.komisc.ru)*

**N.A. GROMOV**

## **DEPENDENCE OF CROSS SECTIONS OF ELECTROWEAK PROCESSES ON THE TEMPERATURE OF THE UNIVERSE**

*Institute of Physics and Mathematics,  
Federal Research Centre Komi Science Centre,  
Ural Branch, RAS,  
Syktuykar*

### **Аннотация**

Анализируется поведение амплитуд и сечений основных процессов, обусловленных электромагнитным и слабым взаимодействием частиц, при контракции калибровочной группы Стандартной модели. Получены зависимости сечений упругого рассеяния фотонов, электронов (позитронов) и нейтрино (антинейтрино) на электронах; аннигиляцию электронов и позитронов в два фотона, в пару нейтрино–антинейтрино, в мюон–антимюонную пару от температуры Вселенной с учетом того, что параметр контракции обратно пропорционален температуре  $\varepsilon \sim T^{-1}$ .

### **Ключевые слова:**

*стандартная модель, контракция калибровочной группы, сечение электрослабого процесса*

### **Abstract**

The behavior of amplitudes and cross section of the main processes, caused by electromagnetic and weak interactions of particles during the contraction of the Standard Model gauge group is analysed. The dependences of the elastic scattering cross sections of photons, electrons (positrons) and neutrinos (antineutrinos) on electrons, as well as the annihilation of electrons and positrons into two photons, into a neutrino-antineutrino pair, into a muon-antimuon pair on the temperature of the Universe are established, taking into account that the contraction parameter is inversely proportional to the temperature  $\varepsilon \sim T^{-1}$ .

### **Keywords:**

*standard model, contractions of gauge group, cross section of the electroweak process*

### **Введение**

Современная теория элементарных частиц – Стандартная модель – включает в себя две части. Это электрослабая модель, которая описывает электромагнитные и слабые взаимодействия частиц, и квантовая хромодинамика (КХД), описывающая сильные взаимодействия частиц. Эта теория хорошо описывает имеющиеся экспериментальные данные и была подтверждена в экспериментах на большом адронном коллайдере, результатом которых стало открытие предсказанного ею скалярного бозона Хиггса. Энергии, доступные современным ускорителям, представляют собой практический потолок. Появление новых машин с более высокими энергиями ограничено непомерными затратами на их сооружение. Все это стимулирует интерес к теоретическому изучению свойств частиц и процессов их взаимодействия при высоких энергиях. Если оставаться на твердой научной почве, то необходимо отталкиваться от поведения Стандартной модели при высоких энергиях.

Более 40 лет назад была выдвинута гипотеза о том, что при высоких энергиях три калибровочных взаимодействия Стандартной модели – электромагнитные, слабые и сильные – объединяются в одно взаимодействие. Эта гипотеза получила название теории великого объединения (ТВО) и остается наиболее популярной до наших дней. Исторически первая ТВО, базирующаяся на простой группе Ли  $SU(5)$ ,

была предложена Г. Джорджи (H. Georgi) и Ш. Глэшоу (S. Glashow) в 1974 г. [1]. Этой модели предшествовала модель Пати–Салама (Pati–Salam) [2] с полупростой алгеброй Ли. Современное состояние дел в ТВО смотри, например, в обзоре [3].

В отличие от усложнения калибровочной группы в ТВО, мы предлагаем **новую гипотезу в физике частиц: калибровочная группа Стандартной модели с увеличением энергии становится проще**. Действительно, Стандартная модель представляет собой калибровочную теорию, основанную на калибровочной группе  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , являющейся прямым произведением простых групп. Сильные взаимодействия кварков описываются квантовой хромодинамикой с калибровочной группой  $SU(3)$  и характерной температурой 0,2 ГэВ. В калибровочной группе  $SU(2) \times U(1)$  электрослабой модели группа  $SU(2)$  отвечает за слабые взаимодействия с характерной температурой 100 ГэВ, тогда как группа  $U(1)$  ассоциирована с дальнедействующими электромагнитными взаимодействиями. Вследствие нулевой массы фотона – переносчика этого взаимодействия – его характерная температура простирается до «бесконечной» планковской энергии  $10^{19}$  ГэВ. Предлагаемая гипотеза основывается, в частности, на сопоставлении этих характерных температур. Мы предполагаем [4, 5], что **при увеличении энергии (температуры) более простая калибровочная группа Стандартной модели получается с помощью контракции, параметр которой обратно пропорционален температуре Вселенной**. Поскольку средняя энергия (температура  $T$ ) горячей Вселенной связана с ее возрастом [6, 7], то параметр контракции  $\varepsilon \sim T^{-1}$  стремится к нулю при  $T \rightarrow \infty$ .

Операция контракции (или предельного перехода) групп хорошо известна в физике [8]. Она, в частности, преобразует простую группу в неполупростую. Понятие контракции было распространено [9] на алгебраические структуры, такие как квантовые группы, супергруппы, а также на фундаментальные представления унитарных групп, которые имеют непосредственное отношение к Стандартной модели. Для симметричной физической системы контракция группы симметрии означает переход к тому или иному предельному состоянию системы. В случае сложной физической системы, каковой является Стандартная модель, изучение предельных состояний при тех или иных предельных значениях физических параметров открывает возможность лучше понять поведение системы в целом.

В данной работе, основываясь на монографии [10], мы анализируем некоторые основные четырехчастичные процессы, обусловленные электромагнитным и слабым взаимодействием частиц, при контракции калибровочной группы Стандартной модели. Мы рассматриваем, в частности, поведение сечений упругого рассеяния фотонов, электронов (позитронов) и нейтрино (антинейтрино) на электронах; аннигиляцию электронов и позитронов в два фотона, в пару нейтрино–антинейтрино, в мюон–антимюонную пару при увеличении температуры Вселенной, т.е. при движении назад к моменту ее рождения.

## 1. Контракция калибровочной группы и поведение полей

Электрослабая модель, объединяющая электромагнитные и слабые взаимодействия, представляет собой калибровочную теорию с калибровочной группой  $SU(2) \times U(1)$ . Существует два способа описания контрактированных групп и их действия в пространстве фундаментального представления. В традиционном подходе матричная группа с вещественными или комплексными элементами действует на вектора с такими же компонентами

$$\begin{pmatrix} z'_1 \\ z'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\varepsilon^2 \bar{\beta} & \bar{\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix},$$

$$\det u(\varepsilon) = |\alpha|^2 + \varepsilon^2 |\beta|^2 = 1, \quad u(\varepsilon)u^\dagger(\varepsilon) = 1. \quad (1)$$

В пределе  $\varepsilon \rightarrow 0$  матрица имеет вид

$$u(0) = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \bar{\alpha} \end{pmatrix}, \quad \alpha = e^{i\gamma}, \quad \gamma \in R \quad (2)$$

и очевидно принадлежит к группе  $E(2)$ .

Мы введем контрактированную группу  $SU(2; \varepsilon)$  и соответствующее пространство фундаментального представления  $C_2(\varepsilon)$  [9] согласованным изменением элементов группы  $SU(2)$  и компонент пространства  $C_2$  вида

$$\begin{pmatrix} z'_1 \\ \varepsilon z'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \varepsilon \beta \\ -\varepsilon \bar{\beta} & \bar{\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \varepsilon z_2 \end{pmatrix},$$

$$\det u(\varepsilon) = |\alpha|^2 + \varepsilon^2 |\beta|^2 = 1, \quad u(\varepsilon)u^\dagger(\varepsilon) = 1. \quad (3)$$

Наш подход базируется на действии матриц с зависящими от контракционного параметра  $\varepsilon$  элементами на вектора, компоненты которых тоже зависят от этого параметра.

Замена  $\beta \rightarrow \varepsilon \beta$  индуцирует преобразование генераторов алгебры Ли  $su(2)$ :  $T_1 \rightarrow \varepsilon T_1$ ,  $T_2 \rightarrow \varepsilon T_2$ ,  $T_3 \rightarrow T_3$ . Поскольку калибровочные поля принимают значения в алгебре Ли, можно вместо генераторов преобразовать калибровочные поля. Для стандартных калибровочных полей [11] это преобразование имеет вид

$$W_\mu^\pm \rightarrow \varepsilon W_\mu^\pm, \quad Z_\mu \rightarrow Z_\mu, \quad A_\mu \rightarrow A_\mu. \quad (4)$$

Левые лептонные  $L_l = \begin{pmatrix} \nu_l \\ e_l \end{pmatrix}$  и кварковые  $Q_l = \begin{pmatrix} u_l \\ d_l \end{pmatrix}$  поля являются  $SU(2)$ -дублетами, поэтому их компоненты преобразуются как компоненты вектора  $z$ , а именно:

$$e_l \rightarrow \varepsilon e_l, \quad d_l \rightarrow \varepsilon d_l, \quad \nu_l \rightarrow \nu_l, \quad u_l \rightarrow u_l. \quad (5)$$

Правые лептонные и кварковые поля являются  $SU(2)$ -синглетами (скалярами) и поэтому не изменяются.

В механизме спонтанного нарушения симметрии, с помощью которого генерируются массы векторных бозонов и других частиц электрослабой модели, одно из основных состояний бозонного лагран-

жиана  $\phi^{vac} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ , выбирается в качестве вакуума модели и затем рассматриваются малые возмущения поля  $v + \chi(x)$  относительно второй компоненты вакуума. Поэтому поле бозона Хиггса  $\chi$ , константа  $v$  и зависящие от нее массы частиц  $m_p$  умножаются на контракционный параметр:

$$\chi \rightarrow \varepsilon\chi, \quad v \rightarrow \varepsilon v, \quad m_p \rightarrow \varepsilon m_p, \quad (6)$$

где  $p = \chi, W, Z, e, u, d$ . Замены (4)–(6) в лагранжиане электрослабой модели дают преобразованный лагранжиан электрослабой модели с контрактированной калибровочной группой.

Квантовая хромодинамика – это калибровочная теория с группой  $SU(3)$ , действующей в трехмерном комплексном пространстве  $\mathbf{C}_3$  цветовых состояний кварков  $q = (q_1, q_2, q_3)^t \equiv (q_R, q_G, q_B)^t \in \mathbf{C}_3$ , где через  $q(x)$  обозначены кварковые поля  $q = u, d, s, c, b, t$ , а индексы  $R$  (red),  $G$  (green),  $B$  (blue) обозначают цветовые степени свободы [12]. Контракция калибровочной группы КХД  $SU(3; \varepsilon)$  определяется действием  $q'(\varepsilon) = U(\varepsilon)q(\varepsilon)$  вида

$$\begin{pmatrix} q'_1 \\ \varepsilon q'_2 \\ \varepsilon^2 q'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & \varepsilon u_{12} & \varepsilon^2 u_{13} \\ \varepsilon u_{21} & u_{22} & \varepsilon u_{23} \\ \varepsilon^2 u_{31} & \varepsilon u_{32} & u_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ \varepsilon q_2 \\ \varepsilon^2 q_3 \end{pmatrix}$$

в цветовом пространстве  $\mathbf{C}_3(\varepsilon)$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Переход от классической группы  $SU(3)$  и комплексного пространства  $\mathbf{C}_3$  к группе  $SU(3; \varepsilon)$  и пространству  $\mathbf{C}_3(\varepsilon)$  осуществляется подстановками в лагранжиане КХД полей глюонов и кварков вида

$$A_\mu^{GR} \rightarrow \varepsilon A_\mu^{GR}, \quad A_\mu^{BG} \rightarrow \varepsilon A_\mu^{BG}, \quad A_\mu^{BR} \rightarrow \varepsilon^2 A_\mu^{BR},$$

$$q_1 \rightarrow q_1, \quad q_2 \rightarrow \varepsilon q_2, \quad q_3 \rightarrow \varepsilon^2 q_3. \quad (7)$$

Диагональные калибровочные поля (глюоны)  $A_\mu^{RR}, A_\mu^{GG}, A_\mu^{BB}$  при этом не преобразуются. В результате получаем лагранжиан КХД с контрактированной калибровочной группой.

## 2. Рассеяние, рождение и аннигиляция частиц

В данном разделе мы рассмотрим, следуя монографии [10], изменения матричных элементов процессов рассеяния частиц, их рождения и аннигиляции, обусловленные электромагнитными и слабыми взаимодействиями, при контракции калибровочной группы Стандартной модели. Или, учитывая связь контракционного параметра с температурой  $\varepsilon \sim T^{-1}$ , поведение сечений взаимодействий частиц при увеличении температуры (энергии) Вселенной  $T$ .

### 2.1. Комптон-эффект на электроне

Простейший электромагнитный эффект – это рассеяние фотонов на электроне (Комптон-эффект)

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-. \quad (8)$$

Амплитуда вероятности процесса (матричный элемент  $S$ -матрицы) во втором порядке по теории возмущений дается выражением (формула (6.31) в работе [10])

$$\langle f | S^{(2)} | i \rangle = -ie^2 N_{p'} N_p N_{k'} N_k \times$$

$$\times \left[ \bar{u}^{r'}(p') \hat{e}^{\lambda'}(k') \frac{1}{\hat{p} + \hat{k} - m} \hat{e}^\lambda(k) u^r(p) + \bar{u}^{r'}(p') \hat{e}^\lambda(k) \frac{1}{\hat{p} - \hat{k}' - m} \hat{e}^{\lambda'}(k') u^r(p) \right] \times$$

$$\times (2\pi)^4 \delta(p' + k' - p - k), \quad (9)$$

где спинор  $u^r(p)$  представляет волновую функцию электрона с импульсом  $p$  и спиральностью  $r$ :  $N_p u^r(p) e^{-ipx}$ , вектор поляризации фотона  $e^\lambda(k)$  представляет волновую функцию фотона с импульсом  $k$  и поляризацией  $\lambda$ :  $N_k e^\lambda(k) e^{-ikx}$ , вектор  $\hat{e}^\lambda(k) = \gamma^\alpha e_\alpha^\lambda(k)$ ,  $\gamma^\alpha$  – матрицы Дирака,  $(\hat{p} + \hat{k} - m)^{-1}$  – пропагатор электрона.

Матричный элемент  $S$ -матрицы удобно записывать графически с помощью диаграмм Фейнмана. Фейнмановская диаграмма первого слагаемого в (9) изображена на рис.1 при  $\varepsilon = 1$ . Диаграмма отвечает следующей возможности: начальный электрон с импульсом  $p$  поглощает начальный фотон с импульсом  $k$  и переходит в промежуточное (виртуальное) состояние с импульсом  $p_1$ ; затем электрон распространяется в промежуточном состоянии; наконец, виртуальный электрон испускает конечный фотон с импульсом  $k'$  и переходит в конечное состояние с импульсом  $k'$ .

Для перехода от канонической диаграммы к преобразованной мы заменили поля электронов и фотонов по правилам (4), (5), что выразилось в появлении у вершин, символизирующих взаимодействие электронов и фотонов, множителя  $\varepsilon^2$  и умножении пропагатора виртуального электрона на  $\varepsilon^{-2}$ . Действительно, пропагатор электрона возникает из свертки  $e(x_1)\bar{e}(x_2) = \Delta$ , которая преобразуется так:  $\varepsilon e(x_1)\varepsilon\bar{e}(x_2) = \Delta$ . Поэтому свертка для преобразованных операторов дает  $e(x_1)\bar{e}(x_2) = \varepsilon^{-2}\Delta$ .

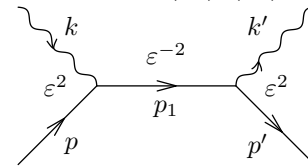


Рис. 1. Преобразованная диаграмма процесса рассеяния  $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$ .

Fig. 1. Transformed diagram of the scattering process  $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$ .

В результате первое слагаемое матричного элемента (9) приобретает множитель  $\varepsilon^2$ . Аналогичное справедливо и для второго слагаемого. Поэтому амплитуда вероятности Комптон-эффекта при контракции калибровочной группы электрослабой модели преобразуется по правилу

$$\langle f | S^{(2)} | i \rangle \rightarrow \varepsilon^2 \langle f | S^{(2)} | i \rangle. \quad (10)$$

Таким образом, при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , т.е. при возрастании температуры  $T \rightarrow \infty$ , сечение рассеяния фотона на электроне, равное квадрату амплитуды, убывает пропорционально  $\varepsilon^4 \sim T^{-4}$ . Аналогично ведет себя сечение рассеяния фотона на позитроне, описываемое диаграммой на рис.2.

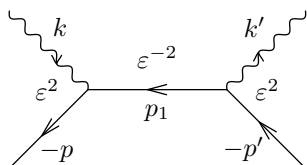


Рис. 2. Диаграмма рассеяния фотона на позитроне  $\gamma + e^+ \rightarrow \gamma + e^+$ .

Fig. 2. Scattering diagram of a photon on a positron  $\gamma + e^+ \rightarrow \gamma + e^+$ .

### 2.2. Аннигиляция пары электрон–позитрон в два фотона

Рассмотрим процесс аннигиляции пары электрон–позитрон в два фотона

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma. \quad (11)$$

Амплитуда вероятности процесса во втором порядке по теории возмущений дается выражением (формула (6.41) в [10])

$$\begin{aligned} \langle f | S^{(2)} | i \rangle = & -ie^2 N_{p'} N_p N_{k'} N_k \times \\ & \times \left[ \bar{u}(-p') \hat{\epsilon}(k) \frac{1}{\hat{p} - \hat{k}' - m} \hat{\epsilon}(k') u(p) + \right. \\ & \left. + \bar{u}(-p') \hat{\epsilon}(k') \frac{1}{\hat{p} - \hat{k} - m} \hat{\epsilon}(k) u(p) \right] \times \\ & \times (2\pi)^4 \delta(k + k' - p - p'). \end{aligned} \quad (12)$$

Первому слагаемому амплитуды процесса отвечает диаграмма Фейнмана, изображенная на рис.3 при  $\epsilon = 1$ . Эта диаграмма описывает (во втором порядке теории возмущений) следующую картину: электрон с импульсом  $p$  испускает фотон с импульсом  $k'$  и переходит в промежуточное состояние с импульсом  $p_1$ , электрон распространяется в промежуточном состоянии; виртуальный электрон с импульсом  $p_1$  и позитрон с импульсом  $p'$  аннигилируют с образованием фотона с импульсом  $k$ .

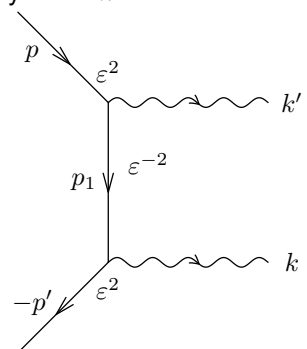


Рис. 3. Преобразованная диаграмма процесса аннигиляции  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ .

Fig. 3. Transformed diagram of the annihilation process  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ .

При замене полей электронов и фотонов, согласно правилам (4), (5), вершины, отвечающие взаимодействию электронов и фотонов, умножаются на  $\epsilon^2$ , а пропагатор – на  $\epsilon^{-2}$ . В результате получаем диаграмму рис.3 аннигиляции электрона и позитрона. Как и в случае упругого рассеяния, амплитуда процесса преобразуется по правилу (10), а сечение

аннигиляции с ростом температуры убывает пропорционально  $\epsilon^4 \sim T^{-4}$ . Аналогично изменяется с температурой и сечение обратного процесса, изображенного на рис.4, – рождения электрон–позитронных пар в результате столкновения фотонов.

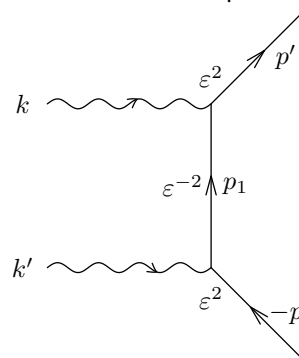


Рис. 4. Диаграмма рождения электрон–позитронных пар  $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ .

Fig. 4. Diagram of electron–positron pair production  $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ .

### 2.3. Упругое рассеяние электрона на электроне

Амплитуда вероятности процесса упругого рассеяния электрона на электроне (меллеровское рассеяние)

$$e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- \quad (13)$$

во втором порядке теории возмущений дается выражением (формула (6.67) в [10])

$$\begin{aligned} \langle f | S^{(2)} | i \rangle = & ie^2 N_{p'_1} N_{p'_2} N_{p_1} N_{p_2} \times \\ & \times \left[ \bar{u}(p'_2) \gamma^\alpha u(p'_1) \frac{1}{(p'_1 - p_1)^2} \bar{u}(p'_1) \gamma_\alpha u(p_1) - \right. \\ & \left. - \bar{u}(p'_1) \gamma^\alpha u(p_2) \frac{1}{(p'_2 - p_1)^2} \bar{u}(p'_2) \gamma_\alpha u(p_1) \right] \times \\ & \times (2\pi)^4 \delta(p'_2 + p'_1 - p_2 - p_1). \end{aligned} \quad (14)$$

Первому слагаемому сопоставляется диаграмма Фейнмана рис.5 при единичном контракционном параметре  $\epsilon = 1$ .

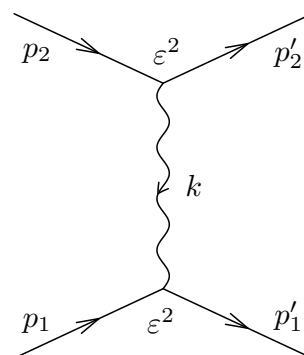


Рис. 5. Диаграмма меллеровского рассеяния  $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$ .

Fig. 5. Diagram of the Møller scattering  $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$ .

Замена полей электронов и фотонов по правилам (4), (5) приводит к появлению множителей  $\epsilon^2$

у каждой из вершин диаграммы, а поскольку пропагатор фотона не преобразуется, то общий множитель для амплитуды процесса равен  $\varepsilon^4$ . Следовательно, сечение упругого рассеяния электрона на электроне с ростом температуры убывает пропорционально  $\varepsilon^8 \sim T^{-8}$ . Аналогично ведет себя сечение упругого рассеяния позитрона на электроне, диаграмма которого изображена на рис.6.

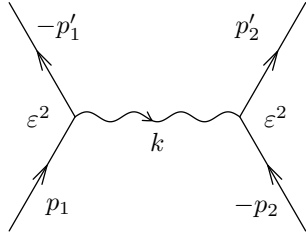


Рис. 6. Диаграмма упругого рассеяния позитрона на электроне  $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$ .  
Fig. 6. Diagram of elastic scattering of the positron on the electron  $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$ .

#### 2.4. Рождение мюонных пар при аннигиляции электронов и позитронов

Преыдушие процессы происходили благодаря электромагнитному взаимодействию. Рассмотрим обусловленный электрослабым взаимодействием процесс рождения мюон–антимюонных пар

$$e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-. \quad (15)$$

Согласно стандартной электрослабой модели, пара позитрон–электрон может превратиться в фотон (электромагнитное взаимодействие), либо в  $Z$ -бозон (слабое взаимодействие, нейтральный ток). В свою очередь фотон и  $Z$ -бозон могут превратиться в пару мюон–антимюон. Таким образом, во втором порядке по теории возмущений диаграммы процесса (15) имеют вид, изображенный на рис.7 и 8 при  $\varepsilon = 1$ . Амплитуда процесса дается выражением (формула (6.90) в [10])

$$\begin{aligned} \langle f|S^{(2)}|i\rangle &= iN_{p_1}N_{p_2}N_{p'_1}N_{p'_2} \times \\ &\times \left[ e^2 \bar{u}(p'_1)\gamma^\alpha u(-p'_2) \frac{1}{q^2} \bar{u}(-p_2)\gamma_\alpha u(p_1) + \right. \\ &+ 2 \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}(p'_1)\gamma^\alpha (g_V + g_A\gamma_5) u(-p'_2) \times \\ &\left. \times \frac{m_Z^2}{q^2 - m_Z^2} \bar{u}(-p_2)\gamma_\alpha (g_V + g_A\gamma_5) u(p_1) \right] \times \\ &\times (2\pi)^4 \delta(p'_1 + p'_2 - p_1 - p_2), \quad (16) \end{aligned}$$

где  $q = p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2$ ,  $e$  – заряд электрона,  $m_Z$  – масса  $Z$ -бозона,  $\frac{1}{q^2}$  – фотонный пропагатор,  $m_Z^2/(q^2 - m_Z^2)$  – пропагатор  $Z$ -бозона,  $g_A = -\frac{1}{2}$ ,  $g_V = -\frac{1}{2} - 2\sin^2\theta_W$ ,  $\frac{G}{\sqrt{2}}$  – константа Ферми. Первое слагаемое отвечает диаграмме рис.7, а второе – диаграмме рис.8. Замена полей, согласно правилам (4)–(6), дает множители  $\varepsilon^2$  у вершин диаграммы, а поскольку пропагаторы фотона и  $Z$ -бозона не преобразуются, то общий множитель для амплитуды процесса равен  $\varepsilon^4$ . Следовательно, сечение процесса рож-

дения мюонных пар убывает с ростом температуры пропорционально  $\varepsilon^8 \sim T^{-8}$ .

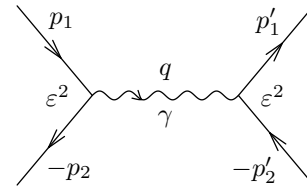


Рис. 7. Диаграмма рождения мюонных пар  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  (обмен  $\gamma$ -квантом).  
Fig. 7. Diagram of muon pairs production  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  ( $\gamma$ -quanta exchange).

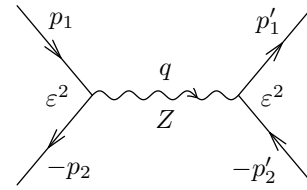


Рис. 8. Диаграмма рождения мюонных пар  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  (обмен  $Z$ -бозоном).  
Fig. 8. Diagram of muon pairs production  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  ( $Z$  boson exchange).

#### 2.5. Рассеяние нейтрино на электронах

Процесс рассеяния электронного нейтрино на электронах

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- \quad (17)$$

происходит благодаря электрослабым взаимодействиям как за счет обмена  $Z$ -бозоном (нейтральный ток, диаграмма на рис.9 при  $\varepsilon = 1$ ), так и путем обмена  $W$ -бозоном (заряженный ток, диаграмма на рис.10 при  $\varepsilon = 1$ ). Амплитуда рассеяния во втором порядке теории возмущений дается выражением (формула (6.106) в [10])

$$\begin{aligned} \langle f|S^{(2)}|i\rangle &= -i \frac{G}{\sqrt{2}} N_{k'} N_k N_{p'} N_p \times \\ &\times [\bar{u}(k')\gamma^\alpha (1 + \gamma_5) u(k) \bar{u}(p')\gamma_\alpha (g_V^e + g_A^e\gamma_5) u(p)] \times \\ &\times (2\pi)^4 \delta(k' + p' - k - p). \quad (18) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} g_V^e &= g_V + 1 = \frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W, \\ g_A^e &= g_A + 1 = \frac{1}{2}. \quad (19) \end{aligned}$$

При выводе данного матричного элемента пренебрегли  $q^2$  по сравнению с  $m_Z^2$  и  $m_W^2$  в знаменателях пропагаторов  $Z$ - и  $W$ -бозонов соответственно, а также учли соотношение Стандартной модели  $m_Z^2 \cos^2\theta_W = m_W^2$ . При преобразовании полей по правилам (4)–(6) электронная вершина диаграммы на рис.9 приобретает множитель  $\varepsilon^2$ . У диаграммы на рис.10 обе вершины умножаются на  $\varepsilon^2$ , а пропагатор  $W$ -бозона вносит множитель  $\varepsilon^{-2}$ . Таким образом,  $\varepsilon^2$  является общим множителем обеих диаграмм и, следовательно, амплитуды (18). Сечение процесса рассеяния нейтрино на электронах убывает с ростом температуры пропорционально  $\varepsilon^4 \sim T^{-4}$ . Аналогичным образом ведет себя сечение рассеяния антинейтрино на электронах  $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$ .

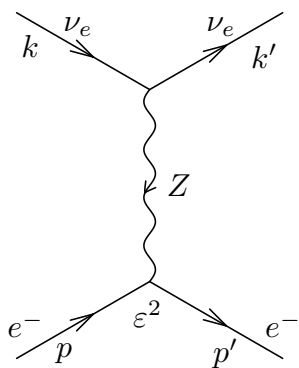


Рис. 9. Диаграмма рассеяния нейтрино на электронах  $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$  (нейтральный ток).

Fig. 9. Diagram of neutrino scattering on electrons  $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$  (neutral current).

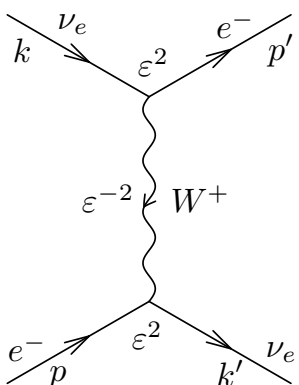


Рис. 10. Диаграмма рассеяния нейтрино на электронах  $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$  (заряженный ток).

Fig. 10. Diagram of neutrino scattering on electrons  $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$  (charged current).

### 2.6. Аннигиляция электронов и позитронов с образованием нейтрино и антинейтрино

Подобно рассеянию нейтрино на электронах, процесс аннигиляции электронов и позитронов в пару нейтрино–антинейтрино

$$e^+ + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + \nu_e \quad (20)$$

также происходит за счет обмена  $Z$ -бозоном (нейтральный ток, диаграмма на рис.12 при  $\varepsilon = 1$ ) и путем обмена  $W$ -бозоном (заряженный ток, диаграмма на рис.11 при  $\varepsilon = 1$ ). Амплитуда рассеяния во втором порядке теории возмущений имеет вид (формула (6.111) в [10])

$$\begin{aligned} \langle f | S^{(2)} | i \rangle = & -i \frac{G}{\sqrt{2}} N_{k'} N_{p'} N_k N_p \times \\ & \times [\bar{u}(k') \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) u(-k) \times \\ & \times \bar{u}(-p') \gamma_\alpha (g_V^e + g_A^e \gamma_5) u(p)] \times \\ & \times (2\pi)^4 \delta(k' + k - p - p'). \end{aligned} \quad (21)$$

При преобразовании полей по правилам (4)–(6) диаграммы процесса аннигиляции электрона и позитрона преобразуются аналогично диаграммам рис.9 и 10. Поэтому амплитуда процесса (20) умножается на  $\varepsilon^2$ . Соответственно, сечение процесса аннигиляции

электрона и позитрона в пару нейтрино–антинейтрино убывает с ростом температуры пропорционально  $\varepsilon^4 \sim T^{-4}$ .

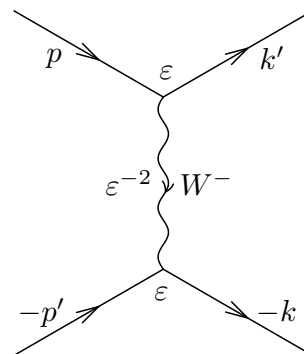


Рис. 11. Диаграмма аннигиляции электрона и позитрона в пару нейтрино–антинейтрино (обмен  $W$ -бозоном).

Fig. 11. Annihilation diagram of an electron and a positron into a neutrino–antineutrino pair ( $W$  boson exchange).

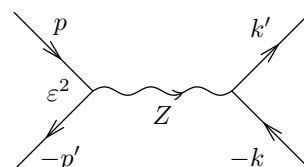


Рис. 12. Диаграмма аннигиляции электрона и позитрона в пару нейтрино–антинейтрино (обмен  $Z$ -бозоном).

Fig. 12. Diagram of annihilation of an electron and a positron into a neutrino–antineutrino pair ( $Z$  boson exchange).

### Заключение

В теориях калибровочного типа состав частиц выбирается в зависимости от поставленной проблемы, а калибровочная группа определяет взаимодействие между частицами модели. Поэтому изменение калибровочной группы, в частности, ее упрощение с помощью контракции (предельного перехода) неизбежно приводит к изменению процессов, происходящих при взаимодействии частиц модели. В данной работе мы проанализировали основные процессы, происходящие между четырьмя частицами, которые определяются электромагнитным и слабым взаимодействием частиц в рамках электрослабой модели, являющейся составной частью современной теории элементарных частиц – Стандартной модели. При контракции  $\varepsilon \rightarrow 0$  калибровочной группы электрослабой модели  $SU(2) \rightarrow SU(2, \varepsilon)$ , с учетом того, что параметр контракции обратно пропорционален температуре Вселенной  $\varepsilon \sim T^{-1}$ , как и ожидалось, сечения процессов убывают с ростом температуры, т.е. при движении назад к моменту рождения Вселенной, поскольку взаимодействия частиц зависят от параметра контракции и уменьшаются вместе с ним.

Степень убывания сечений оказывается разной для разных процессов. Так, сечения упругого рассеяния фотонов и нейтрино (антинейтрино) на электронах (2.1), (2.5), аннигиляции электронов и позитронов в два фотона (2.2), в пару нейтрино–антиней-

трино (2.6) убывают при  $T \rightarrow \infty$  пропорционально  $T^{-4}$ , а сечения упругого рассеяния электрон на электроне (2.3) и рождения мюон–антимюонных пар при аннигиляции электронов и позитронов (2.4) ведут себя пропорционально  $T^{-8}$ .

Автор выражает признательность В.В. Куратову за полезные обсуждения и помощь в оформлении работы.

#### Литература

1. *Georgi H., Glashow S.L.* Unity of All Elementary Particle Forces // *Phys. Rev. Lett.* 1974. Vol. 8. P. 438–441.
2. *Pati J., Salam A.* Lepton Number as the Fourth Color // *Phys. Rev. D.* 1974. Vol. 1. P. 275–289.
3. GUT Physics in the Era of the LHC / *D. Croon, T.E. Gonzalo, L. Graf, N. Košnik, G. White* // *Front. Phys.* 2019.
4. *Gromov N.A.* Elementary particles in the early Universe // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* 2016. Vol. 03. P. 053.
5. *Gromov N.A.* Particles in the Early Universe: High-Energy Limit of the Standard Model from the Contraction of Its Gauge Group. Singapore: World Scientific, 2020. 159 p.
6. *Gorbunov D.S., Rubakov V.A.* Introduction to the Theory of the Early Universe: Hot Big Bang Theory. World Scientific, 2011.
7. *Линде А.Д.* Физика элементарных частиц и инфляционная космология. М.: Наука, 1990. 280 с.
8. *Inönü E., Wigner E.P.* On the contraction of groups and their representations // *Proc. Nat. Acad. Sci. USA.* 1953. Vol. 39. P. 510–524.
9. *Громов Н.А.* Контракции классических и квантовых групп. М.: Физматлит, 2012. 318 с.
10. *Bilenky S.M.* Basics of introduction to Feynman diagrams and electroweak interactions physics. Paris: Atlantica Séguier Frontières, 1994. 368 p.
11. *Рубаков В.А.* Классические калибровочные поля. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 336 с.
12. *Емельянов В.М.* Стандартная модель и ее расширения. М.: Физматлит, 2007. 584 с.

#### References

1. *Georgi H., Glashow S.L.* Unity of All Elementary Particle Forces // *Phys. Rev. Lett.* 1974. Vol. 8. P. 438–441.
2. *Pati J., Salam A.* Lepton Number as the Fourth Color // *Phys. Rev. D.* 1974. Vol. 1. P. 275–289.
3. GUT Physics in the Era of the LHC / *D. Croon, T.E. Gonzalo, L. Graf, N. Košnik, G. White* // *Front. Phys.* 2019.
4. *Gromov N.A.* Elementary particles in the early Universe // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* 2016. Vol. 03. P. 053.
5. *Gromov N.A.* Particles in the Early Universe: High-Energy Limit of the Standard Model from the Contraction of Its Gauge Group. Singapore: World Scientific, 2020. 159 p.
6. *Gorbunov D.S., Rubakov V.A.* Introduction to the Theory of the Early Universe: Hot Big Bang Theory. World Scientific, 2011.
7. *Linde A.D.* Fizika elementarnykh chastits i inflyatsionnaya kosmologiya [Particle Physics and Inflationary Cosmology] // Moscow: Nauka, 1990. 280 p.
8. *Inönü E., Wigner E.P.* On the contraction of groups and their representations // *Proc. Nat. Acad. Sci. USA.* 1953. Vol. 39. P. 510–524.
9. *Gromov N.A.* Kontraktsii klassicheskikh i kvantovykh grupp [Contractions of classical and quantum groups]. Moscow: Fizmatlit, 2012. 318 p.
10. *Bilenky S.M.* Basics of introduction to Feynman diagrams and electroweak interactions physics. Paris: Atlantica Séguier Frontières, 1994. 368 p.
11. *Rubakov V.A.* Klassicheskiye kalibrovochnyye polya [Classical Gauge Fields]. Moscow: Editorial URSS, 1999. 336 p.
12. *Emelyanov V.M.* Standartnaya model i ee rasshireniya [Standard model and its extensions]. Moscow: Fizmatlit, 2007. 584 p.

Статья поступила в редакцию 25.06.2021.