

# Моделирование распространения электромагнитных волн в магнитно-неоднородных средах

П.А. Макаров<sup>1</sup>, В.А. Устюгов<sup>2</sup>, В.И. Щеглов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Физико-математический институт

ФИЦ Коми НЦ УрО РАН,

г. Сыктывкар

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина»,

г. Сыктывкар

<sup>3</sup>ИРЭ им. Котельникова РАН,

г. Москва

makarovpa@ipm.komisc.ru

ustyugov@syktsu.ru

vshcheg@cplire.ru

## Аннотация

В работе обсуждается FDTD-алгоритм моделирования распространения электромагнитных волн в случайно-неоднородных магнитных средах. Приведены результаты моделирования распространения сигналов типа меандр в стационарных нанокompозитных пленках с магнитными неоднородностями двух типов: со случайным распределением неоднородностей по всей толщине пленки и их «плотной упаковкой» в центре.

## Ключевые слова:

электродинамика, случайно-неоднородные среды, моделирование, численный эксперимент, метод FDTD

## Введение

Моделирование случайно-неоднородных сред сложной композиционной структуры является достаточно актуальной задачей как в фундаментальной физике, так и в прикладных областях и технических приложениях в течение многих лет [1–4]. Исследование статистических распределений электромагнитных полей различных типов при их распространении в случайно-неоднородных средах определяется исключительными возможностями в изучении земной атмосферы, гидродинамических потоков, турбулентности плазмы и других сложных динамических задачах [5, 6]. Не менее важное значение в фундаментальных исследованиях, связанных с многократным рассеянием света в случайно-неоднородных средах, имеет многообразие физических эффектов, к которым можно отнести, например, когерентное рассеяние назад, угловые, а также временные корреляции рассеянного излучения [7, 8]. Изучение распространения сигналов в стохастических средах принципиально важно и для многих технических приложений. В частности, создание систем радио, спутниковой, лазерной связи и локации, работающих в различных сло-

# Modelling of electromagnetic wave propagation in magnetically inhomogeneous media

P.A. Makarov<sup>1</sup>, V.A. Ustyugov<sup>2</sup>, V.I. Shcheglov<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Institute of Physics and Mathematics,

Federal Research Centre Komi Science Centre, Ural Branch, RAS,

Syktывkar

<sup>2</sup>Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Pitirim Sorokin Syktывkar State University”, Syktывkar

<sup>3</sup>Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences, Moscow

makarovpa@ipm.komisc.ru

ustyugov@syktsu.ru

vshcheg@cplire.ru

## Abstract

This paper discusses the FDTD-algorithm for modeling electromagnetic wave propagation in randomly inhomogeneous magnetic media. We present the modeling results of square wave signals propagation in time-independent nanocomposite films with magnetic inhomogeneities of two types: with a random distribution of inhomogeneities throughout the film thickness and the “close packing” in the center.

## Keywords:

electrodynamics, randomly inhomogeneous media, modeling, numerical experiment, FDTD-method

ях атмосферы, должно опираться на знание основных закономерностей распространения света в турбулизованной среде [6].

В рамках данной работы невозможно привести все множество конкретных проблем статистической радиофизики и акустики, в которых важную роль играет модель случайно-неоднородной среды, однако кратко можно обозначить следующие направления: физика плазмы, физика твердого тела, магнитная гидродинамика и другие области [1, 6]. Кроме того, отметим, что широкое применение оптических (с использованием электромагнитных волн самого широкого спектрального диапазона) и акустических методов диагностики в современной медицине также опирается на особенности распространения сигналов в стохастических системах [5, 9].

В литературе, цитированной выше, задача о распространении электромагнитных волн в случайно-неоднородных средах решается различными полуаналитическими, качественными методами, что требует весьма значительных усилий по разработке соответствующей модели и уста-

новлении границ ее применимости. Кроме того, данные приближенные методы могут представить только некую усредненную картину явления, которая, вообще говоря, существенно отличается от возможной реализации в каждой конкретной ситуации.

Таким образом, весьма актуальным направлением исследования является разработка удобных численных методов, позволяющих наглядно и относительно просто представить процесс распространения сигналов в конкретных стохастических системах. В настоящее время существует множество подобных численных схем, но мы не будем останавливаться на их обзоре. Заметим только, что наиболее широкое распространение получили сеточные методы. Их основой являются процедура дискретизации пространства-времени и переход от дифференциальных уравнений для непрерывных функций к конечно-разностным уравнениям для функций дискретных переменных. Одной из основополагающих статей в этом направлении была работа Кейна Йи [10], в которой впервые был описан метод конечных разностей во временной области (FDTD, Finite Difference Time Domain). Данная статья в свое время не получила широкого отклика в научной среде в силу высокой ресурсоемкости разработанного метода и чрезвычайных затрат машинного времени, требуемых для его реализации, однако на текущий момент времени метод FDTD переживает «второе рождение» [11, 12]. Это связано с существенным прогрессом в современной электронике и вычислительной технике. Имеется обширная литература по использованию и развитию метода FDTD в области электродинамики случайно-неоднородных сред [13–18]. Вместе с тем данное направление не только не исчерпало себя, но и напротив — продолжает оставаться очень привлекательным, так как потенциально может стимулировать изучение множества самых разнообразных эффектов.

В качестве конкретных примеров, в которых разработка эффективного FDTD-алгоритма моделирования распространения электромагнитного излучения в случайно-неоднородных средах может оказаться полезной, отметим следующие задачи:

- определение законов распространения цифровых и аналоговых сигналов в композитных наноструктурированных материалах;
- исследование динамических характеристик материалов, содержащих различные примеси или имеющих дефекты;
- количественное определение помех, возникающих при прохождении электромагнитных волн различных диапазонов в нестационарной неоднородной среде при неблагоприятных погодных условиях.

Таким образом, целью данной работы является разработка простого и эффективного FDTD-алгоритма для демонстрации особенностей распространения электромагнитных волн в случайно-неоднородных средах. Рассмотрим простейший случай одномерных слоисто-неоднородных структур, который не даст, конечно, возможности изучить все электродинамические свойства, но тем не менее может служить отправной точкой для более сложных исследований.

## 1. Краткая теория и расчетный алгоритм

Как известно, система макроскопических уравнений Максвелла имеет следующий общий вид

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{ext}} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\text{ext}}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2)$$

Совместно с материальными уравнениями

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H} \quad (3)$$

равенства (1) и (2) полностью определяют все электродинамические свойства системы.

Рассмотрим систему в отсутствии сторонних зарядов  $\rho_{\text{ext}} = 0$ , для которой  $\mathbf{J}_{\text{ext}}$ ,  $\varepsilon$  и  $\mu$  — заданные функции пространственно-временных переменных. При этом математическое описание задачи сводится к законам Фарадея и Ампера (1) и материальным соотношениям (3).

Пусть электромагнитное излучение распространяется вдоль декартовой оси  $Ox$  в изотропном магнитном материале с  $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mu = \mu(\mathbf{r}, t)$ , когда  $\mathbf{J}_{\text{ext}} = J \mathbf{e}_z$ . В силу сделанных предположений очевидно, что  $\mathbf{E} = E_z \mathbf{e}_z$ ,  $\mathbf{H} = H_y \mathbf{e}_y$ , а основная система уравнений (1) и (3) принимает вид

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu_0 \frac{\partial(\mu H_y)}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = J + \varepsilon_0 \frac{\partial(\varepsilon E_z)}{\partial t}. \quad (4)$$

Таким образом, наша задача свелась к исследованию динамики двух скалярных функций  $E_z(x, t)$  и  $H_y(x, t)$ , связанных равенствами (4). При этом все электродинамические свойства среды полностью определяются характером стохастических функций  $\varepsilon(x, t)$  и  $\mu(x, t)$ .

Далее дискретизируем пространство и время, вводя точечные функции

$$f(x, t) = f(m\Delta x, q\Delta t) = f^q[m],$$

где  $\Delta x$ ,  $\Delta t$  — фиксированные шаги пространственно-временной сетки, а  $m$  и  $q$  — соответствующие индексы, задающие ее узел.

После введем две сетки для электрического  $E_z^q[m]$  и магнитного  $H_y^q[m]$  полей, смещенные по отношению друг к другу в шахматном порядке, как было предложено в классической работе [10]. Это позволяет записать конечно-разностный аналог уравнений (4) в следующем виде

$$\begin{aligned} H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[ m + \frac{1}{2} \right] &= \\ &= \frac{1}{\mu^{q+\frac{1}{2}} \left[ m + \frac{1}{2} \right]} \left\{ \mu^{q-\frac{1}{2}} \left[ m + \frac{1}{2} \right] H_y^{q-\frac{1}{2}} \left[ m + \frac{1}{2} \right] + \right. \\ &\left. + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \left( E_z^q[m+1] - E_z^q[m] \right) \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E_z^{q+1}[m] &= \frac{1}{\varepsilon^{q+1}[m]} \left\{ \varepsilon^q[m] E_z^q[m] - \Delta t J^{q+\frac{1}{2}}[m] + \right. \\ &\left. + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left( H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[ m + \frac{1}{2} \right] - H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[ m - \frac{1}{2} \right] \right) \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнения (5) и (6) позволяют реализовать итерационный алгоритм Йи [10–12], определяющий всю динамику

электромагнитного поля в рассматриваемом случае немагнитной изотропной случайно-неоднородной среды. Полученные равенства отличает от известных аналогов [13–18] то, что они позволяют описывать динамику таких неоднородных слоистых структур, как магнитные и магнитно-диэлектрические нанокompозитные пленки. Кроме того, разработанный алгоритм применим не только для стационарных, но и для нестационарных стохастических систем. Очевидно, что определяющую роль в успехе реализации сформулированного метода играют «правильно подобранные» параметры пространственно-временной сетки, а именно, необходимым условием работы алгоритма являются неравенства

$$\Delta x \ll \lambda, \quad \Delta t \ll 1/\nu, \quad (7)$$

где  $\lambda$  — длина волны, а  $\nu$  — частота.

## 2. Результаты моделирования

Для демонстрации состоятельности разработанного метода проведен численный эксперимент по схеме, представленной на рис. 1.

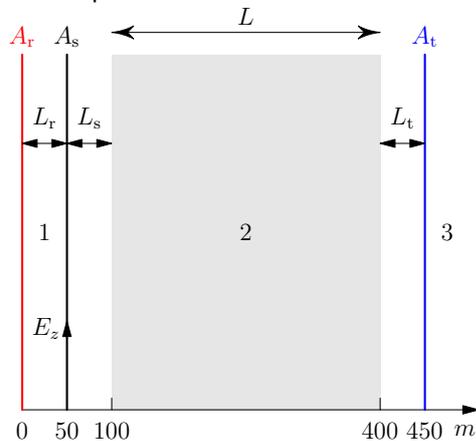


Рисунок 1. Схема численного эксперимента (пооянения в тексте).  
Figure 1. Numerical experiment scheme (explanation in the text).

Как следует из рис. 1, рассматривается последовательность из трех слоев: 1 и 3 — полубесконечные воздушные пространства ( $\varepsilon = \mu = 1$ ), окружающие случайно-неоднородную среду 2 общей протяженностью  $L$ . В среде 1 расположены две антенны: передающая  $A_s$  и приемная  $A_r$ . Антенна  $A_s$  формирует однонаправленный сигнал, распространяющийся в сторону среды 2. Антенна  $A_t$ , размещенная в среде 3, принимает сигнал, прошедший через среду 2;  $A_r$  улавливает отраженный сигнал.

Основные геометрические параметры схемы также указаны на рис. 1. Граница раздела сред 1 и 2 находится на расстоянии  $L_s$  от источника сигнала  $A_s$ , а приемная антенна  $A_t$  расположена на дистанции  $L_t$  от границы раздела сред 2 и 3. Приемник  $A_r$  находится левее источника на расстоянии  $L_r$ . Перечисленные параметры трассы очевидным образом влияют на временные задержки  $\tau_r$  и  $\tau_t$  появления сигнала на соответствующих антеннах.

Таким образом, в области  $x < L_r$  имеется только отраженный сигнал;  $x > L_s + L$  — только прошедший; в интервале  $L_r \leq x \leq L_s + L$  согласно принципу суперпозиции имеет место полное поле, являющееся суммой падаю-

щей и рассеянной волны. Программная реализация предложенной схемы учитывает это с помощью техники, известной как TF/SF (Total-field/scattered field) [11, 12].

Среда 2 предполагается непроводящей, многокомпонентной и слабонеоднородной, так что основной материал среды (заполняющая матрица) имеет диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon_m = 4$ . Компоненты, формирующие неоднородности среды 2, моделируются совокупностью отрезков длины  $d_j^{(i)} \sim L^{-1}$  с магнитной проницаемостью  $\mu_j$  и относительной линейной концентрацией  $n_j$ , такой, что

$$\sum_i d_j^{(i)} = n_j L, \quad \sum_{j=1}^N \mu_j n_j = \mu_{\text{eff}}, \quad (8)$$

где  $N$  — это общее число компонент, формирующих магнитные неоднородности среды 2. Для любых значений концентраций неоднородностей  $n_j$  величины  $\mu_j$  подбирались так, чтобы эффективная магнитная проницаемость среды 2 всегда была одинаковой и равной  $\mu_{\text{eff}} = 3$ .

В ходе моделирования по алгоритму, разработанному в рамках данного исследования, были построены временные диаграммы различных типов сигналов на передающей  $A_s$  и приемных антеннах  $A_r$ ,  $A_t$  для разных случайно-неоднородных магнитных нанокompозитных пленок.

Пример распределения значений материальных параметров по толщине пленки в случае состава из двух магнитных компонент ( $N = 2$ ) с сопоставимыми магнитными проницаемостями  $\mu_1 \sim \mu_2$  и суммарной концентрацией  $n = n_1 + n_2 = 0.25$ ,  $n_1 = n_2$  показан на рис. 2. Здесь приведены графики для случайно-неоднородных магнитных нанокompозитных пленок двух типов: со случайным распределением неоднородностей по всей толщине пленки (а) и их «плотной упаковкой» в центре (б).

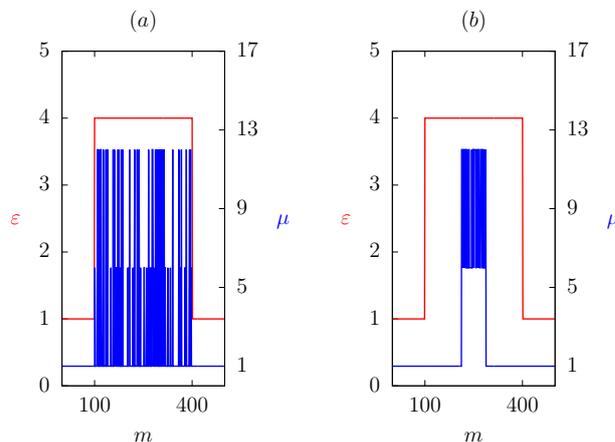


Рисунок 2. Распределение материальных параметров по толщине пленки в случае диэлектрической матрицы с двумя магнитными компонентами с сопоставимыми магнитными проницаемостями  $\mu_1 \sim \mu_2$  и суммарной концентрацией  $n = 0.25$ .

Figure 2. Distribution of material parameters over the film thickness in the case of dielectric matrix with two magnetic components with comparable magnetic permeabilities  $\mu_1 \sim \mu_2$  and total concentration  $n = 0.25$ .

Рис. 3 иллюстрирует временные диаграммы в случае распространения сигнала типа меандр при параметрах трассы, соответствующих рис. 2. На нем видно, что при указанных выше параметрах трассы подавляющая часть

энергии электромагнитной волны проходит через среду 2 (как этого и следовало ожидать, так как ее эффективный импеданс слабо отличается от импеданса сред 1 и 3), однако форма прошедшего сигнала существенно искажается. Характер искажений в первую очередь определяется характером распределения магнитных неоднородностей. Интересно и то, что для рассматриваемой модели случайно-неоднородной магнитной нанокompозитной пленки формируется отраженный сигнал весьма существенной амплитуды, в пике достигающей значений  $A_r \approx 0.8$  для случая (a) и  $A_r \approx 0.95$  для случая (b).

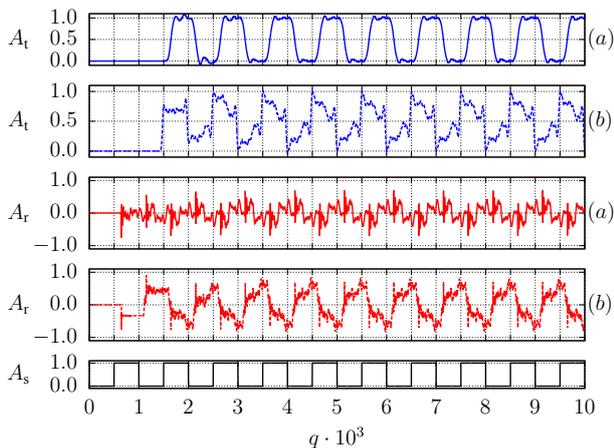


Рисунок 3. Временные диаграммы сигналов на передающей и приемных антеннах в случае распространения сигнала типа меандр при параметрах трассы, соответствующих рис. 2.

Figure 3. Timing diagrams of signals on the transmitting and receiving antennas in the case of square wave signal propagation at the trace parameters, corresponding to fig. 2.

Аналог рис. 3 построен и для ситуации, когда компоненты пленки 2 существенно друг от друга отличаются по величине магнитной проницаемости  $\mu_1 \gg \mu_2$ . Соответствующие графики приведены на рис. 4.

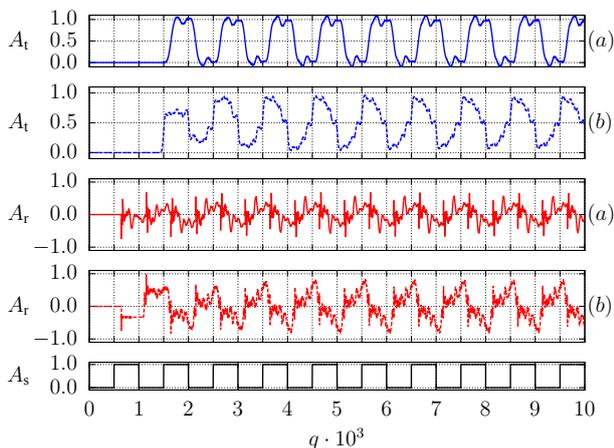


Рисунок 4. Временные диаграммы сигналов на передающей и приемных антеннах в случае распространения сигнала типа меандр при параметрах трассы, отличных от рис. 2 тем, что  $\mu_1 \gg \mu_2$ .

Figure 4. Timing diagrams of signals on the transmitting and receiving antennas in the case of square wave signal propagation with the trace parameters, different from fig. 2 in that  $\mu_1 \gg \mu_2$ .

Сопоставление диаграмм на рис. 3 и 4 показывает, что в общих чертах временные характеристики двух описываемых трасс схожи (так как их эффективные импедансы, как ранее обсуждалось, совпадают), но вместе с тем имеются

существенные отличия, обусловленные конкретным характером распределения неоднородностей в среде 2. Особенно заметно то, что изменение формы как прошедших, так и отраженных сигналов при переходе от ситуации  $\mu_1 \sim \mu_2$  к  $\mu_1 \gg \mu_2$  наиболее существенно в случае (b). Это обстоятельство потенциально может быть использовано при исследовании характера распределения рассеивателей по толщине случайно-неоднородной среды.

## Заключение

Таким образом, в ходе данного исследования был разработан алгоритм численного моделирования прохождения электромагнитных волн через случайно-неоднородные среды с магнитными рассеивателями различных типов, с помощью которого можно относительно просто и наглядно изучать электродинамические характеристики магнитно-диэлектрических композитных пленок различных составов в достаточно широком диапазоне частот.

## Литература

1. Кляцкин, В.И. Стохастические уравнения глазами физика / В.И. Кляцкин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 528 с.
2. Кляцкин, В.И. Распространение электромагнитных волн в случайно-неоднородной среде как задача статистической математической физики / В.И. Кляцкин // УФН. – 2004. – Т. 174. – С. 177–195.
3. Шарангович, С.Н. Взаимодействие света с пропускающими многослойными неоднородными фотополимерными голографическими дифракционными структурами / С.Н. Шарангович, Д.И. Дудник // Изв. РАН. Сер. физ. – 2021. – Т. 85. – С. 14–21.
4. Ву, К.Т.Ч. Моделирование структур типа металл-диэлектрик-металл для детектирования терагерцового излучения / К.Т.Ч. Ву, Г.М. Казарян, В.Л. Саввин // Изв. РАН. Сер. физ. – 2021. – Т. 85. – С. 85–90.
5. Скипетров, С.Е. Диффузионно-волновая спектроскопия в случайно-неоднородных средах с локализованными в пространстве потоками рассеивателей / С.Е. Скипетров, И.В. Меглинский // ЖЭТФ. – 1998. – Т. 113. – № 4. – С. 1213–1222.
6. Прохоров, А.М. Распространение лазерного излучения в случайно-неоднородных средах / А.М. Прохоров, Ф.В. Бункин, К.С. Гочелашвили, В.И. Шишов // УФН. – 1974. – Т. 114. – С. 415–456.
7. Кравцов, Ю.А. Эффекты двукратного прохождения волн в случайно-неоднородных средах / Ю.А. Кравцов, А.И. Саичев // УФН. – 1982. – Т. 137. – С. 501–527.
8. Кузьмин, В.Л. Когерентные эффекты при рассеянии света в неупорядоченных системах / В.Л. Кузьмин, В.П. Романов // УФН. – 1996. – Т. 166. – С. 247–278.
9. Тучин, В.В. Исследование биотканей методами светорассеяния / В.В. Тучин // УФН. – 1997. – Т. 167. – С. 517–539.
10. Yee, K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media /

- K. Yee // IEEE Trans. on Ant. and Prop. – 1966. – Vol. 14. – № 3. – P. 302–307.
11. Inan, U.S. Numerical electromagnetics. The FDTD method / U.S. Inan, R.A. Marshall. – Cambridge: Cambridge University Press, 2011. – 406 p.
  12. Taflove, A. Advances in FDTD computational electrodynamics photonics and nanotechnology / A. Taflove, A. Oskooi, S.G. Johnson. – Boston: Artech House, 2013. – 639 p.
  13. Moss, C.D. Finite-difference time-domain simulation of scattering from objects in continuous random media / C.D. Moss, F.L. Teixeira, Y.E. Yang, J.A. Kong // IEEE Trans. GRS. – 2002. – Vol. 40. – № 1. – P. 178–186.
  14. Tseng, S.H. Exact solution of Maxwell's equations for optical interactions with a macroscopic random medium / S.H. Tseng, J.H. Greene, A. Taflove, D. Maitland, V. Backman [et al.] // Optics Letters. – 2004. – Vol. 29. – № 12. – P. 1393–1395.
  15. Li, J. Investigation of composite electromagnetic scattering from ship-like target on the randomly rough sea surface using FDTD method / J. Li, L.X. Guo, H. Zeng, X.B. Han // Chinese Physics B. – 2009. – Vol. 18. – № 7. – P. 2757–2763.
  16. Miyazaki, Y. FDTD analysis of spatial filtering of scattered waves for optical CT of medical diagnosis / Y. Miyazaki, K. Kouno // IEEJ Trans. FM. – 2009. – Vol. 129. – № 10. – P. 693–698.
  17. Li, J. Investigation on wide-band scattering of a 2D target above 1D randomly rough surface by FDTD method / J. Li, L.X. Guo, H. Zeng, X.B. Han // Optics Express. – 2011. – Vol. 19. – № 2. – P. 1091–1100.
  18. Tan, T. Single realization stochastic FDTD for weak scattering waves in biological random media / T. Tan, A. Taflove, Vol. Backman // IEEE Trans. AP. – 2013. – Vol. 61. – № 2. – P. 818–828.
  - scatterer flows localized in space] / S.E. Skipetrov, I.V. Meglinsky // ZhETF [JETP]. – 1998. – Vol. 113. – № 4. – P. 1213–1222.
  6. Prokhorov, A.M. Propagation of laser radiation in randomly inhomogeneous media / A.M. Prokhorov, F.V. Bunkin, K.S. Gochelashvili, V.I. Shishov // Sov. Phys. Usp. – 1974. – Vol. 114. – P. 415–456.
  7. Kravtsov, Yu.A. Effects of double passage of waves in randomly inhomogeneous media / Yu.A. Kravtsov, A.I. Saichev // Sov. Phys. Usp. – 1982. – Vol. 137. – P. 501–527.
  8. Kuz'min, V.L. Coherent phenomena in light scattering from disordered systems / V.L. Kuz'min, V.P. Romanov // Phys. Usp. – 1996. – Vol. 166. – P. 247–278.
  9. Tuchin, V.V. Light scattering study of tissues / V.V. Tuchin // Phys. Usp. – 1997. – Vol. 167. – P. 517–539.
  10. Yee, K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media / K. Yee // IEEE Trans. on Ant. and Prop. – 1966. – Vol. 14. – № 3. – P. 302–307.
  11. Inan, U.S. Numerical electromagnetics. The FDTD method / U.S. Inan, R.A. Marshall. – Cambridge: Cambridge University Press, 2011. – 406 p.
  12. Taflove, A. Advances in FDTD computational electrodynamics photonics and nanotechnology / A. Taflove, A. Oskooi, S.G. Johnson. – Boston: Artech House, 2013. – 639 p.
  13. Moss, C.D. Finite-difference time-domain simulation of scattering from objects in continuous random media / C.D. Moss, F.L. Teixeira, Y.E. Yang, J.A. Kong // IEEE Trans. GRS. – 2002. – Vol. 40. – № 1. – P. 178–186.
  14. Tseng, S.H. Exact solution of Maxwell's equations for optical interactions with a macroscopic random medium / S.H. Tseng, J.H. Greene, A. Taflove, D. Maitland, V. Backman [et al.] // Optics Letters. – 2004. – Vol. 29. – № 12. – P. 1393–1395.
  15. Li, J. Investigation of composite electromagnetic scattering from ship-like target on the randomly rough sea surface using FDTD method / J. Li, L.X. Guo, H. Zeng, X.B. Han // Chinese Physics B. – 2009. – Vol. 18. – № 7. – P. 2757–2763.
  16. Miyazaki, Y. FDTD analysis of spatial filtering of scattered waves for optical CT of medical diagnosis / Y. Miyazaki, K. Kouno // IEEJ Trans. FM. – 2009. – Vol. 129. – № 10. – P. 693–698.
  17. Li, J. Investigation on wide-band scattering of a 2D target above 1D randomly rough surface by FDTD method / J. Li, L.X. Guo, H. Zeng, X.B. Han // Optics Express. – 2011. – Vol. 19. – № 2. – P. 1091–1100.
  18. Tan, T. Single realization stochastic FDTD for weak scattering waves in biological random media / T. Tan, A. Taflove, Vol. Backman // IEEE Trans. AP. – 2013. – Vol. 61. – № 2. – P. 818–828.

## References

1. Klyatskin, V.I. Stokhasticheskie uravneniya glazami fizika [Stochastic equations as seen by a physicist] / V.I. Klyatskin. – Moscow: FIZMATLIT, 2001. – 528 p.
2. Klyatskin, V.I. Electromagnetic wave propagation in a randomly inhomogeneous medium as a problem in mathematical statistical physics / V.I. Klyatskin // Phys. Usp. – 2004. – Vol. 47. – P. 169–186.
3. Sharangovich, S.N. Interaction between light and transmission multi-layered heterogeneous photopolymer holographic diffraction structures / S.N. Sharangovich, D.I. Dudnik // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. – 2021. – Vol. 85. – P. 14–21.
4. Vu, K.T.C. Modeling metal-dielectric-metal structures for the detection of terahertz radiation / K.T.C. Vu, G.M. Kazaryan, V.L. Savvin // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. – 2021. – Vol. 85. – P. 85–90.
5. Skipetrov, S.E. Diffuzionno-volnovaya spektroskopiya v sluchajno-neodnorodny'h sredah s lokalizovanny'mi v prostranstve potokami rasseivatelej [Diffusion-wave spectroscopy in randomly inhomogeneous media with

**Для цитирования:**

Макаров, П.А. Моделирование распространения электромагнитных волн в магнитно-неоднородных средах / П.А. Макаров, В.А. Устюгов, В.И. Щеглов // Известия Коми научного центра Уральского отделения Российской академии наук. Серия «Физико-математические науки». – 2022. – № 5 (57). – С. 100–105. УДК: 537.876.23, 51-73, 519.633, 004.942. DOI: 10.19110/1994-5655-2022-5-100-105

**For citation:**

Makarov, P.A. Modelling of electromagnetic wave propagation in magnetically inhomogeneous media / P.A. Makarov, V.A. Ustyugov, V.I. Shcheglov // Proceedings of the Komi Science Centre of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences. Series "Physical and Mathematical Sciences". – 2022. – № 5 (57). – P. 100–105. UDC: 537.876.23, 51-73, 519.633, 004.942. DOI: 10.19110/1994-5655-2022-5-100-105

Дата поступления рукописи: 26.09.2022

Received: 26.09.2022